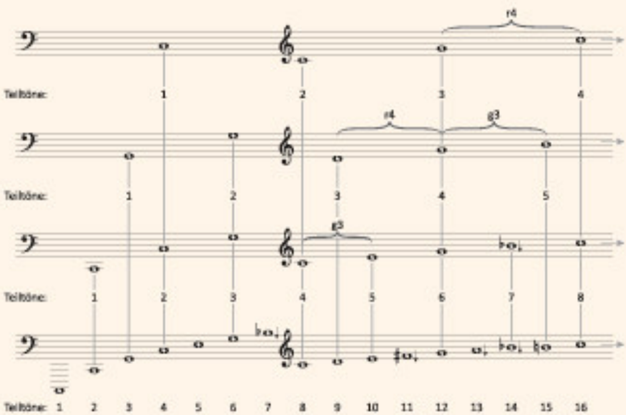
Sascha Heße

Ton und Zahl

Musiktheoretische Studien



Synergia

1. Auflage, 2013
Veröffentlicht im Synergia Verlag, Erbacher Straße 107,
64287 Darmstadt, www.synergia-verlag.de

Umschlaggestaltung, Gestaltung und Satz: FontFront.com, Darmstadt
Printed in EU
ISBN-978-3-939-272-816

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter http://dnb.ddb.de abrufbar.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Die nachfolgenden Betrachtungen möchten einen Beitrag zur musikalischen Grundlagenforschung leisten, indem sie Strukturen und mathematische Zusammenhänge innerhalb des abendländischen Tonsystems aufzuhellen und dem Verständnis näherzubringen versuchen.

Die Kapitel – mit Ausnahme des letzten, das die kurze Erörterung eines entfernteren Themas im Sinne eines Anhangs bringt – sind so angeordnet, dass sich im Fortschreiten von einem Problemkreis zum nächsten eine allmähliche Steigerung an Komplexität ergibt, die es dem Leser, wie ich hoffe, ermöglicht, die Gedankengänge in voller Klarheit mitzuvollziehen.

Auf Zitate und langwierige Auseinandersetzungen mit anderen Autoren wurde verzichtet, da es sich bei vorliegendem Buch um ein Produkt vornehmlich eigenständigen Denkens und Forschens handelt. Gleichwohl finden sich in einer beigefügten Liste ausgewählter Literatur einige der Werke, die inspirierend auf den Autor eingewirkt haben und dem Leser, sofern er sie nicht bereits kennt, zum Studium empfohlen seien.

Danken möchte ich Herrn Prof. Reinhard Pfundt für das kritische Gegenlesen meines Manuskriptes sowie Herrn Frank Hösler für die gewissenhafte Umsetzung der Abbildungen am Rechner.

Leipzig, im Juli 2013

Sascha Heße

I. Organische Teilung und Naturtonreihe

Auf die Frage, wie von der Einheit zur Vielheit zu gelangen sei, oder rein numerisch, von der 1 zur 2 und weiter zu den übrigen Zahlen, würden die meisten heutigen Menschen vermutlich antworten: Durch wiederholte Hinzufügung von 1. Der Vorgang der Addition, des Anhäufens von Einzelheiten, ist für unsere moderne Denkweise, deren Grundprinzip ein mechanisches, nicht mehr organisches ist, so selbstverständlich, dass wir auch dann kaum an seiner Priorität zweifeln, wenn wir unseren Blick auf die Welt des Lebendigen richten und gewahren: Eine Zelle vermehrt sich, indem sie sich teilt. Damit insgesamt Wachstum erfolgt, muss die Zelle zwar, bevor sie sich teilt, ihre Masse vergrößern. An der grundlegenden Tatsache, dass es sich um eine Division handelt, bei der aus einer Zelle zwei werden, ändert dies jedoch nichts. Vielleicht beginnt sich unsere Anschauung zu wandeln, sobald wir bemerken, dass auch die Welt im Ganzen, der Kosmos die unendlich scheinende Vielheit, die er darstellt, nicht durch Addition erreichen kann. Woher sollten die Glieder dieser Vielheit kommen, wenn sie nicht schon potenziell einer vorgängigen Einheit innewohnten? Es ist jene Einheit, die nicht nur Einzelheit ist, nicht nur Teil der Vielheit, die Einheit im Sinne einer vorgängigen, die Vielheit umgreifenden und in sich enthaltenden Ganzheit, auf die der alte pantheistische Grundsatz „Eins ist Alles" hindeutet. Freilich soll keineswegs behauptet werden, 1 + 1 = 2 sei mathematisch nicht richtig. Die Art jedoch, auf die hier von der 1 zur 2 und dann weiter zur 3, 4, 5 usw. fortgeschritten wird, kennt keine vorgängige Einheit und ist daher in einem gewissen Sinne unwahr, zumindest beschränkt. Es ist die mechanische Weise, in der der Mensch, innerhalb einer schon vorgegebenen Welt stehend, die Einzelteile einer Maschine zusammenfügt. Ein Organismus hingegen – und ein solcher ist auch, wie schon angedeutet, der Kosmos im Ganzen – kann nicht von außen zusammengefügt werden, er muss sich durch Teilung innerlich ausdifferenzieren und gliedern.

Lässt sich die uns geläufige additive Auffassung wie folgt anschaulich machen:

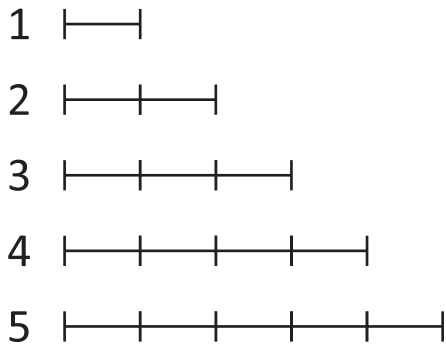


Abb. 1

so kann die divisive, mehr organische, die die Vielheit als Gliederung einer vorgängigen Einheit begreift, folgendermaßen dargestellt werden:

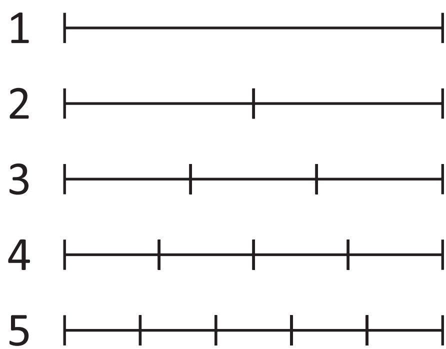


Abb. 2

Man könnte nun der Meinung sein, durch Zweiteilung von 1 entstehe nicht 2, sondern 0,5, durch Dreiteilung von 1 nicht 3, sondern $0,\overline{3}$ usw. Obwohl so zu meinen etwas Richtiges träfe, würde dabei doch übersehen, dass etwa der Ausdruck „0,5" nur der als Dezimalzahl geschriebene Wert eines Bruches, d.h. eines Verhältnisses zweier ganzer Zahlen, im einfachsten Fall der Zahlen 1 und 2 ist. In dem Bruch 1/2 treten die Zahlen 1 und 2 in ein Verhältnis zueinander, und zwar so, dass dieses Verhältnis von der Seite der 1 her betrachtet wird. Wie verhält sich die 1 zur 2? Wie die Hälfte zum Ganzen, wie 0,5 zu 1. Daher ist der Wert dieses Bruches 0,5. Schreiben wir hingegen umgekehrt 2/1, so wird das Verhältnis von der Seite der 2 her angesehen. Die 2 verhält sich zur 1 wie das Doppelte zum Einfachen, eben wie 2 zu 1. Deshalb ist der Wert dieses Bruches 2. Durch Zweiteilung der 1 entsteht also sehr wohl die 2, nicht jedoch als Wert der Hälfte, vielmehr als Wert, den das Ganze annimmt in seinem Verhältnis zu dieser. Entsprechendes gilt für alle weiteren Teilungen: Das dreigeteilte Ganze hat den Wert 3, ein Teil davon den Wert 1, das viergeteilte Ganze den Wert 4, ein Teil davon den Wert 1 usw. Ersichtlich ist also, dass die Einheit im Sinne der Ganzheit nicht schlechthin mit 1 gleichgesetzt werden darf. Als noch gänzlich einheitliche, d.h. ungegliederte, ist die Ganzheit gleich 1, gliedert sie sich aber, so kommt ihr jener Wert zu, der der Anzahl ihrer kleinsten Glieder entspricht, während auf diese jeweils der Wert 1 übergeht. Der gemeinte Sachverhalt wird folgendermaßen anschaulich:

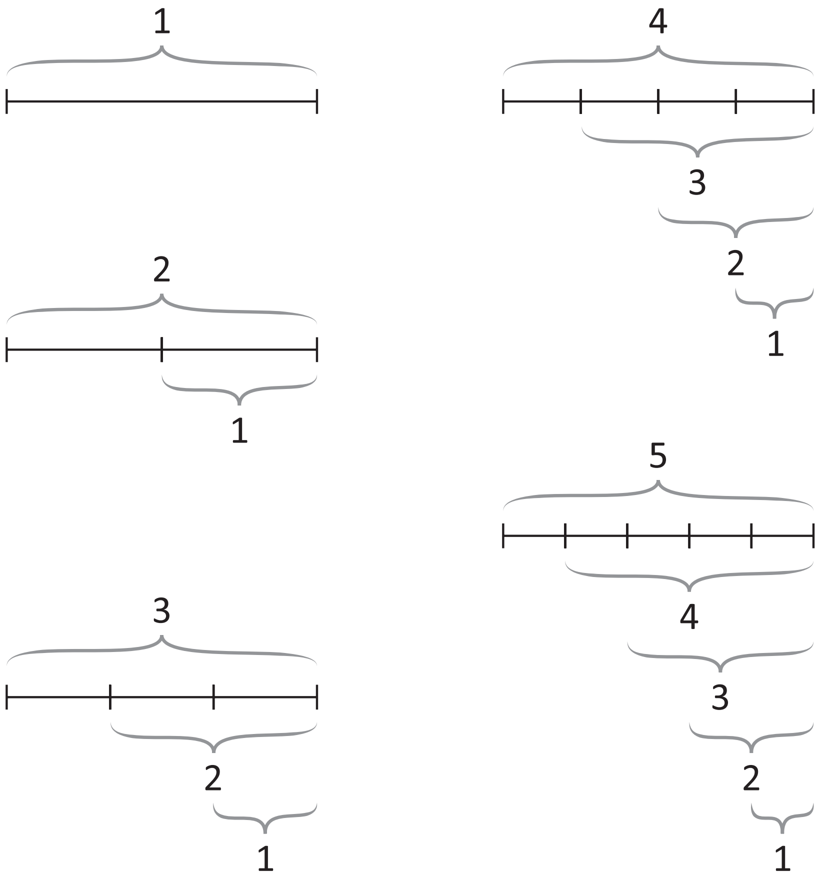


Abb. 3

Wir wollen nun die zunächst ungeteilte, dann in immer mehr Glieder organisch ausdifferenzierte Strecke[1] *als eine gespannte Saite* betrachten und, indem wir sie als ganze und in ihren Teilen tönen lassen, auch belauschen.

Wissen wir bereits, dass die Verkürzung der Saite zum Ansteigen der Tonhöhe führt, zu einem jeweils anderen Ton also[2], so brauchen wir uns davon nicht weniger zu erwarten, als eine Versinnlichung – nämlich Hörbarwerdung – der Zahlen in ihren verschiedenen Verhältnissen zueinander. Der Überlieferung zufolge war es Pythagoras, der im 6. Jahrhundert vor Christus als Erster die Quantifizierbarkeit musikalischer Qualitäten bzw. umgekehrt die musikalischen Qualitäten des Quantifizierbaren entdeckte.[3] Um dieser Entdeckung nachzugehen und genau zu erforschen, wie die Beziehungen zwischen Zahlen und Tönen beschaffen seien, bediente er sich des Monochords. Das Monochord ist ein Instrument, das nicht dem praktischen Musizieren dient, sondern dem forschenden Menschen dazu verhilft, Erkenntnisse über die

1 Zur geometrischen Konstruktion der Teilung einer Strecke in gleichlange Teilstrecken lässt sich der von Hans Kayser weiterentwickelte Teilungskanon des Villard de Honnecourt heranziehen (Abb. 4). Man beachte, dass sich die ganzzahlige Teilung nicht nur an den Waagerechten, sondern auch an den Senkrechten und Diagonalen vollzieht!

2 Ein musikalischer Ton wird durch mehrere Faktoren bestimmt, von denen die wichtigsten Tonhöhe, Tondauer, Lautstärke und Klangfarbe sind. In der abendländischen Tradition ist von diesen Faktoren die Tonhöhe jedoch so dominierend, dass sie meist mit dem Ton als solchem gleichgesetzt ist, wodurch eine andere Tonhöhe zugleich als ein anderer Ton gewertet wird.

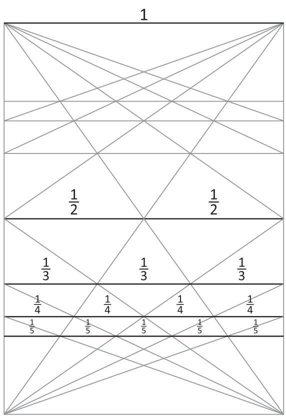


Abb. 4

3 In der Regel entsinnt man sich, wird der Name des Pythagoras genannt, nur jenes in der Schule gelernten mathematischen Satzes, der besagt, dass in einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b sowie der Hypotenuse c die Summe der Kathetenquadrate a^2 und b^2 gleich dem Hypotenusenquadrat c^2 sei. Tatsächlich hat aber dieser Satz des Pythagoras auch eine musikalische Bedeutung. Werden nämlich die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks aus schwingenden Saiten gleicher Spannung gebildet, so erklingt ein Moll-Dreiklang in erster Umkehrung, da die Saiten im Längenverhältnis 3:4:5, die von ihnen hervorgebrachten Töne somit im dazu reziproken Frequenzverhältnis 1/3:1/4:1/5 stehen.

Beziehungen zwischen dem Reich der Töne und dem der Zahlen zu gewinnen. Es besteht aus einem Resonanzkasten, über den der Länge nach eine Saite gespannt ist, die mittels eines unter sie gestellten Steges an beliebigen Stellen geteilt werden kann. Das Teilungsverhältnis kann dabei auf einer Skala abgelesen werden, die auf der Decke des Resonanzkastens angebracht ist.[4] Entscheidend beim Monochord ist, dass hier alle Faktoren, die andere Saiteninstrumente nutzen, um verschiedene Tonhöhen zu erzielen, nämlich Länge der Saite im Ganzen, Saitendicke und Saitenspannung, ausgeschlossen werden, außer dem einen Faktor der Veränderung der Saitenlänge durch Teilung mittels des Steges. Allein durch diese Fokussierung ist es möglich, den Zusammenhang von Tonhöhen- und Zahlenverhältnissen zu erkennen und sinnlich erfahrbar werden zu lassen.

Pythagoras teilte die Monochord-Saite *ganzzahlig* – er halbierte sie, drittelte sie, viertelte sie – und stellte fest, dass die dabei entstehenden Töne harmonische, d.h. konsonante Intervalle zum Grundton der ganzen Saite bildeten. Neben der für jedes Tonsystem grundlegenden reinen Oktave, die sich durch 1/2 der Saitenlänge ergibt, waren es vor allem die reine Quinte (2/3 der Saitenlänge) bzw. deren Umkehrintervall, die reine Quarte (3/4), die für die griechische Musik von entscheidender Bedeutung waren. Der Tetrachord, als Grundstruktur der antiken Skalenbildung, basierte auf einem Quart-Rahmen, in den zwei weitere Töne eingefügt wurden. Diese zwei Töne konnten durch ihre Variabilität, die sie von den feststehenden beiden Rahmentönen des Tetrachordes abhob, unterschiedliche Tonarten und Tongeschlechter hervorbringen. So zeigte der klassische diatonisch-dorische Tetrachord als innere Struktur die absteigende Folge von zwei Ganztonschritten und einem Halbtonschritt. Der Ganztonschritt („Tonos“) ergab sich dabei als Differenz zwischen reiner Quinte und reiner Quarte (8/9 = 2/3 : 3/4), der Halbtonschritt

4 Da das Arbeiten mit einem ursprünglichen Monochord im Wortsinne, also einem Einsaiter, sehr beschränkt ist, wurden später über den Resonanzkasten meist mehrere, auf denselben Ton gestimmte Saiten gespannt, die es, durch Stege an verschiedenen Stellen geteilt, erlauben, Intervalle oder ganze Skalen hörbar zu machen. Es handelt sich dann genau genommen um ein Polychord, einen Vielsaiter.

(„Limma") als Restintervall, das nach Ausfüllung des Quart-Rahmens mit zwei Ganztonschritten übrigblieb (243/256 = 3/4 : 64/81).[5]

Indem Pythagoras die tönende Monochord-Saite ganzzahlig teilte – zunächst bis zur Viertelung fortschreitend – brachte er, ohne es explizit zu wissen, den Anfang einer theoretisch bis ins Unendliche gehenden *Naturtonreihe* hervor. Was ist eine Naturtonreihe? Um diese Frage zu beantworten, sollten zunächst die in engem Zusammenhang damit stehenden Begriffe der *Oberton- und Teiltonreihe* erläutert werden.

Das physikalisch-akustische Phänomen der Obertonreihe wurde in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts von Marin Mersenne entdeckt und zu Beginn des 18. Jahrhunderts durch Joseph Sauveur eingehend wissenschaftlich beschrieben. Dieses Phänomen besteht darin, dass das, was wir in musikalischem Zusammenhang gemeinhin einen *Ton* nennen, hervorgebracht von der menschlichen Stimme oder einem traditionellen Musikinstrument, in Wahrheit ein *Klang* ist, der sich zusammensetzt aus einem *Grundton* und den mit ihm zusammenklingenden *Obertönen*. Während der die Wahrnehmung dominierende Grundton die *Tonhöhe* des Klanges bestimmt, sind die meist unmerklich mitklingenden Obertöne in ihrer jeweiligen Ausprägung verantwortlich für dessen *Klangfarbe* – für das also, was zum Beispiel die Differenz eines Geigentons von einem Klavierton *derselben Höhe* ausmacht. In der Akustik wird demnach terminologisch zwischen *Ton* und *Klang* unterschieden. *Ton* heißt nur der reine Ton, das heißt jener, der auf einer einfachen Sinusschwingung beruht und daher keine Obertöne besitzt. Er ist von einer Stimmgabel annäherungsweise zu erhalten, sonst aber nur technisch herstellbar. *Klang* hingegen wird der natürliche Ton genannt, der sich aus vielen Teilschwingungen zusammensetzt und durch die menschliche Stimme oder traditionelle Musikinstrumente erzeugt wird. Wir wollen im Folgenden weiterhin von *Tönen* sprechen, dabei aber im Sinn behalten, dass es sich dabei normalerweise um *Klänge* handelt, bei denen jeweils ein Grundton mit vielen Obertönen zusammenklingt.

---

5 Es versteht sich, dass an dieser Stelle nur einige Hinweise zum Aufbau des griechischen Tonsystems gegeben werden können, da dessen ausführliche Darstellung nicht der Zweck des vorliegenden Buches ist.

Die Bezeichnung Oberton*reihe* zeigt an, dass es sich bei den Obertönen nicht um ein zufälliges Konglomerat handelt, sondern um eine strenger Gesetzmäßigkeit unterworfene Reihe. Entsprechen wir dieser Gesetzmäßigkeit, so kommt ein weiterer Begriff ins Spiel, der Begriff der *Partial- oder Teiltonreihe*. Der Sache nach ist die Teiltonreihe nichts anderes als die Obertonreihe. Von Teiltönen statt von Obertönen zu reden und den Grundton als ersten Teilton, den ersten Oberton als zweiten Teilton, den zweiten Oberton als dritten Teilton usw. anzusprechen, ist aber insofern günstiger, als diese Bezeichnungsweise der Gesetzmäßigkeit der Reihe Rechnung trägt, indem sie bei der Nummerierung jedem Teilton dieselbe Zahl zuweist, die auch das Verhältnis seiner Frequenz zur Frequenz des Grundtones bestimmt. Die Frequenz des ersten Teiltones verhält sich zu der des Grundtones – eben weil der erste Teilton mit dem Grundton identisch ist – wie 1:1. Die Frequenz des zweiten Teiltones verhält sich zu der des Grundtones wie 2:1, die des dritten Teiltones zu der des Grundtones wie 3:1 usw. Wir sehen: Die Gesetzmäßigkeit der Teiltonreihe liegt darin begründet, dass die Frequenzen der fortlaufend sich entwickelnden Teiltöne ganzzahlige Vielfache der Frequenz des Grundtones (des ersten Teiltones) entsprechend einer arithmetischen Folge sind. Arithmetische Folgen lassen sich definieren als regelmäßige Zahlenfolgen mit der Eigenschaft gleichbleibender Differenz je zweier benachbarter Folgenglieder. Die Differenz ist also jene unveränderliche Zahl, die immer wieder hinzugefügt werden muss, um das je nächste Glied der Folge zu erhalten. Als Archetypus aller möglichen arithmetischen Folgen darf die Reihe der natürlichen, d.h. der positiven ganzen Zahlen 1,2,3,4,5,… gelten. Die Teiltonreihe eines *realen Tons*, den ein Mensch singt oder ein Musikinstrument hervorbringt, ist stets begrenzt und unvollständig. Welche Teiltöne überhaupt vorhanden sind, welche mehr, welche weniger intensiv hervortreten, ist nicht allein, aber doch wesentlich entscheidend für das Zustandekommen dessen, was wir als die Klangfarbe des Instruments oder der Stimme wahrnehmen können. Hingegen ist die Teiltonreihe, wie wir sie hier *idealiter* betrachten wollen, sowohl unbegrenzt, d.h. nach oben hin theoretisch unendlich, als auch vollständig. Und liegt diese Idealvorstellung zugrunde, können wir mit Erstaunen sagen, dass in einem gesungenen oder gespielten Ton, sofern die Frequenz seines Grundtones mit 1 gleichgesetzt ist, im Prinzip die unendliche Reihe der natürlichen Zahlen erklingt und hörbar wird!

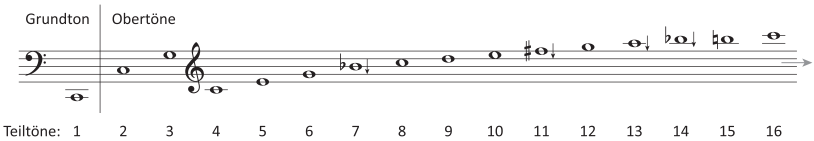


Abb. 5

In der vorstehenden Abbildung ist die Teiltonreihe bis zum Ton 16 geführt, sie geht aber, wie gesagt, theoretisch bis ins Unendliche fort. Die kleinen Pfeile neben den Tönen 7, 11, 13 und 14 zeigen an, dass die Intonation der notierten Tonwerte geringfügig von der uns geläufigen abweicht, und zwar um etwa einen Viertelton nach unten.

Die Entstehung der Teiltonreihe wird für gewöhnlich an einer schwingenden Saite erklärt. Was dort gilt, lässt sich aber auch auf eine Luftsäule, die in einem Blasinstrument in Schwingung gerät, auf Metallplatten usw. übertragen. Bleiben wir bei der Saite, so liegt der Grund, weshalb sich der Ton, den sie schwingend erzeugt, aus vielen Teiltönen zusammensetzt, darin, dass die Saite nicht nur als ganze, sondern auch *in ihren ganzzahligen Teilen* schwingt. Führen wir uns diese Tatsache vor Augen, müssen wir wiederum staunen. Denn dass, wenn die ganze Saite schwingt, auch ihre Teile schwingen, ist für sich genommen zwar nicht sehr verwunderlich. Dass aber diese Teile nicht irgendwelche oder alle möglichen sind, sondern genau die *ganzzahligen*, jene Teile also, deren Länge sich ermittelt, indem die Länge der ganzen Saite durch ganze Zahlen geteilt wird – dies ist doch höchst bedeutsam und erstaunlich. Es zeigt nämlich oder legt zumindest nahe, dass die Reihe der natürlichen Zahlen 1,2,3,4,5,… nicht nur menschlichem Denken entspringt, sondern objektiv der Natur innewohnt und als Prinzip sogar bevorzugt in ihr zur Geltung kommt. Beträgt demnach die Länge der ganzen Saite 1, so betragen die Längen der ganzzahligen Teile, die zugleich mit ihr schwingen und die Teiltöne hervorbringen, 1/2, 1/3, 1/4 usw., wobei natürlich 1/2 der Saite und somit auch der zugehörige zweite Teilton zweimal auftritt, da 1 = 2 x 1/2, 1/3 der Saite und somit der dritte

Teilton dreimal, da 1 = 3 x 1/3 usw. Es ist, als stünden unsichtbare Stege – *Schwingungsknoten* genannt – an den Stellen der Saite, wo ihre ganzzahligen Unterteilungen erfolgen müssen – Stege allerdings, die sich, im Unterschied zu sichtbaren, wirklichen Monochord-Stegen, gegenseitig nicht unwirksam werden lassen. Und da nun – immer vorausgesetzt, dass andere Faktoren, die die Tonhöhe beeinflussen, wie Saitendicke und Saitenspannung, unverändert bleiben – die halbe Saite doppelt so schnell schwingt wie die ganze, ein Drittel dreimal so schnell, ein Viertel viermal usw., wird, bei angenommener Saitenlänge 1 mit angenommener Grundfrequenz 1, von 1/2 der Saite der 2. Teilton mit der Frequenz 2, von 1/3 der Saite der 3. Teilton mit der Frequenz 3, von 1/4 der Saite der 4. Teilton mit der Frequenz 4 usw. erzeugt. Saitenlängenverhältnis und Frequenzverhältnis – das können wir hieraus entnehmen – sind also Kehrwerte, d.h. sie verhalten sich reziprok zueinander.[6]

Durch leichtes Fingerauflegen an einem ganzzahligen Teilungspunkt der schwingenden Saite wird der dort befindliche Schwingungsknoten angeregt, sich stärker geltend zu machen und den zugehörigen Teilton als eigenständigen Grundton hervortreten zu lassen. Ein so produzierter Ton heißt *Flageolett-Ton*. Vergleichbares geschieht an der schwingenden Luftsäule in Blasinstrumenten durch die Techniken des Überblasens. Werden nun die Schwingungsknoten einer nach dem anderen dazu angeregt, sich verstärkt zur Geltung zu bringen, so ist das, was wir dadurch erhalten, die sogenannte *Naturtonreihe*. Von der Teiltonreihe unterscheidet sich die Naturtonreihe *nicht* durch die Frequenzverhältnisse, die die Töne, die zu ihr gehören, untereinander aufweisen. Der Unterschied liegt darin, dass diese Töne nicht Bestandteile *eines* Tones sind, wie es bei den Teiltönen der Fall ist, sondern alle für sich als eigenständige Grundtöne existieren. Während die Teiltonreihe nur in einem einzigen natürlichen Ton besteht und daher unausweichlich simultanen Charakter besitzt, kann sich die Naturtonreihe, Ton für Ton, sukzessive entfalten.

Es ist bekannt, dass auf gestrichenen oder gezupften Saiteninstrumenten die Flageolett-Technik, mittels derer einzelne Naturtöne oder auch

---

6 Die physikalischen Einheiten sind hier weggelassen, weil die angenommene Größe 1 nur zum Zweck der besseren Fasslichkeit gewählt ist und in der Praxis zumindest für die Frequenz ganz abwegig wäre, da ein Ton mit einer Frequenz von 1 Hertz für den Menschen unhörbar tief sein würde.

eine Naturtonreihe hervorgebracht werden kann, eher ausnahmsweise zur Anwendung kommt. Um auch solche Töne nutzen zu können, die durch Teilung der Saite abseits der Schwingungsknoten erzielt werden, ist das feste Abgreifen der Saite mit dem Finger die Regel. Solchem Abgreifen auf einer Violine, Gitarre oder einem anderen verwandten Instrument entspricht bei der Arbeit mit dem Monochord die Verwendung des Steges. Indem Pythagoras die Monochord-Saite mittels des Steges halbierte, drittelte und viertelte, wich er von den Schwingungsknoten allerdings noch nicht ab. Vielmehr erzeugte er die ersten Glieder einer Naturtonreihe, die durch ihre einfachen Schwingungsverhältnisse als harmonische, konsonierende Töne hörbar wurden.

Die Naturtonreihe kann als Explikation oder Manifestation der einem natürlich hervorgebrachten Ton immanenten Teiltonreihe gelten. Die Teiltonreihe wiederum ist nichts anderes als die auf organische Weise entstehende Vielheit, die von der Einheit im Sinne der vorgängigen Ganzheit umgriffen wird. Insofern ist die schwingende Saite als ein Abbild des Kosmos im Ganzen anzusehen, da sie sich nach dem gleichen Prinzip wie dieser bis ins Unendliche ausdifferenziert und gliedert.

Die Ausführungen dieses Buches sprechen in der Regel von „Teiltönen". Deren begriffliche Abgrenzung gegenüber Ober- und Naturtönen wurde hier klargestellt, ist für das Folgende jedoch selten von ausdrücklicher Bedeutung. Der 1. Teilton wird zumeist nicht als solcher bezeichnet, sondern „Grundton" genannt.

Tonberechnungen können grundsätzlich mit Saitenlängen oder den dazu reziproken Frequenzwerten durchgeführt werden. Oben wurden den Ermittlungen der Werte für Tonos und Limma Saitenlängen zugrundegelegt, da das Altertum noch keine Frequenzen kannte. Im Weiteren werden jedoch ausschließlich Frequenzwerte berücksichtigt. Der Grund dafür liegt darin, dass die Tonhöhen – wofür die Frequenzen nur der physikalische Ausdruck sind – dasjenige darstellen, was wir *hörend* wahrnehmen, während Saitenlängen von uns *gesehen* werden. Es geht uns hier aber um die Grundlagen der Musik als einer Kunst, die unsere Seele durch die Vermittlung des *Ohres* erreicht. Und unser Ohr – dies sei begründend noch hinzugefügt – übertrifft das Auge in seiner Erkenntnisfähigkeit bei weitem. Wollen wir etwa genau 2/3 einer Saite abteilen, so werden wir uns ohne Zuhilfenahme eines Messgerätes kaum auf unser

Gesicht verlassen können. Das Gehör hingegen wird ohne jede Hilfe erkennen können, welcher Saitenteil die reine Quinte über dem Grundton der vollen Saite ertönen lässt.

Ein musikalisches Intervall stellt, insofern es ein Verhältnis zwischen je zwei Tönen bezeichnet, auch numerisch ein Verhältnis dar, ein Zahlenverhältnis also. Dieses Verhältnis erscheint als Quotient in Form von a:b oder a/b. Sind *Frequenzwerte* zugrundegelegt, so wird a stets größer als b sein, *vorausgesetzt*, wir sehen das Intervall als aufwärtsgerichtet in dem Sinne an, dass der untere Ton die Prime, der obere den eigentlichen Intervallton darstellt, der das Verhältnis stiftet. Zahlenmäßig erfasst wird dann nämlich, wie sich der höhere Ton zum tieferen verhält. Das Oktavintervall c‘-c“ etwa wird unter dieser Voraussetzung als 2:1 oder 2/1 bzw. 2 wiedergegeben, da die Frequenz des höheren Tones c“ das Doppelte der Frequenz des tieferen c‘ beträgt.